

# INTEGRATION

Multiple Choice Questions from past AP Exams

1.  $\int_1^2 x^{-3} dx =$   
(A)  $-\frac{7}{8}$  (B)  $-\frac{3}{4}$  (C)  $\frac{15}{64}$  (D)  $\frac{3}{8}$  (E)  $\frac{15}{16}$
2.  $\int_1^2 \frac{x^2-1}{x+1} dx =$   
(A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$  (E)  $\ln 3$
3. If  $\int_{-2}^2 (x^7 + k) dx = 16$ , then  $k =$   
(A) -12 (B) -4 (C) 0 (D) 4 (E) 12
4.  $\int_0^3 |x-1| dx =$   
(A) 0 (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$  (E) 6
5.  $\int \tan(2x) dx =$   
(A)  $-2 \ln |\cos(2x)| + C$  (B)  $-\frac{1}{2} \ln |\cos(2x)| + C$  (C)  $\frac{1}{2} \ln |\cos(2x)| + C$   
(D)  $2 \ln |\cos(2x)| + C$  (E)  $\frac{1}{2} \sec(2x)\tan(2x) + C$
6.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(3x) dx =$   
(A) -2 (B)  $-\frac{2}{3}$  (C) 0 (D)  $\frac{2}{3}$  (E) 2
7.  $\int \sec^2 x dx =$   
(A)  $\tan x + C$  (B)  $\csc^2 x + C$  (C)  $\cos^2 x + C$   
(D)  $\frac{\sec^3 x}{3} + C$  (E)  $2 \sec^2 x \tan x + C$
8.  $\int_0^1 (3x-2)^2 dx =$   
(A)  $-\frac{7}{3}$  (B)  $-\frac{7}{9}$  (C)  $\frac{1}{9}$  (D) 1 (E) 3

9. If  $\int_0^k (2kx - x^2) dx = 18$ , then  $k =$   
 (A) -9                      (B) -3                      (C) 3                      (D) 9                      (E) 18
10.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \sin \theta}} d\theta =$   
 (A)  $-2(\sqrt{2} - 1)$       (B)  $-2\sqrt{2}$       (C)  $2\sqrt{2}$       (D)  $2(\sqrt{2} - 1)$       (E)  $2(\sqrt{2} + 1)$
11.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 5}} =$   
 (A)  $\frac{1}{9}(3x^2 + 5)^{\frac{3}{2}} + C$       (B)  $\frac{1}{4}(3x^2 + 5)^{\frac{3}{2}} + C$       (C)  $\frac{1}{12}(3x^2 + 5)^{\frac{1}{2}} + C$   
 (D)  $\frac{1}{3}(3x^2 + 5)^{\frac{1}{2}} + C$       (E)  $\frac{3}{2}(3x^2 + 5)^{\frac{1}{2}} + C$
12.  $\int_2^3 \frac{x}{x^2 + 1} dx =$   
 (A)  $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$       (B)  $\frac{1}{2} \ln 2$       (C)  $\ln 2$       (D)  $2 \ln 2$       (E)  $\frac{1}{2} \ln 5$
13.  $\int_1^4 |x - 3| dx =$   
 (A)  $-\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\frac{5}{2}$       (D)  $\frac{9}{2}$       (E) 5
14. For  $x > 0$ ,  $\int \left( \frac{1}{x} \int_1^x \frac{du}{u} \right) dx =$   
 (A)  $\frac{1}{x^3} + C$       (B)  $\frac{8}{x^4} - \frac{2}{x^2} + C$       (C)  $\ln(\ln x) + C$   
 (D)  $\frac{\ln(x^2)}{2} + C$       (E)  $\frac{(\ln x)^2}{2} + C$
15.  $\int_0^1 x(x^2 + 2)^2 dx =$   
 (A)  $\frac{19}{2}$       (B)  $\frac{19}{3}$       (C)  $\frac{9}{2}$       (D)  $\frac{19}{6}$       (E)  $\frac{1}{6}$
16.  $\int_1^{500} (13^x - 11^x) dx + \int_2^{500} (11^x - 13^x) dx =$   
 (A) 0.000      (B) 14.946      (C) 34.415      (D) 46.000      (E) 136.364

17.  $\int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx =$

(A)  $2\sqrt{x^3+1} + C$

(B)  $\frac{3}{2}\sqrt{x^3+1} + C$

(C)  $\sqrt{x^3+1} + C$

(D)  $\ln \sqrt{x^3+1} + C$

(E)  $\ln(x^3+1) + C$

18.  $\int (x^2+1)^2 dx =$

(A)  $\frac{(x^2+1)^3}{3} + C$

(B)  $\frac{(x^2+1)^3}{6x} + C$

(C)  $\left(\frac{x^3}{3} + x\right)^2 + C$

(D)  $\frac{2x(x^2+1)^3}{3} + C$

(E)  $\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$

19. If  $f$  and  $g$  are continuous functions, and if  $f(x) \geq 0$  for all real numbers  $x$ , which of the following must be true?

I.  $\int_a^b f(x)g(x) dx = \left(\int_a^b f(x) dx\right)\left(\int_a^b g(x) dx\right)$

II.  $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$

III.  $\int_a^b \sqrt{f(x)} dx = \sqrt{\int_a^b f(x) dx}$

(A) I only

(B) II only

(C) III only

(D) II and III only

(E) I, II, and III

20.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} =$

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C)  $\frac{\pi}{6}$

(D)  $\frac{1}{2} \ln 2$

(E)  $-\ln 2$

21. If the second derivative of  $f$  is given by  $f''(x) = 2x - \cos x$ , which of the following could be  $f(x)$ ?

- (A)  $\frac{x^3}{3} + \cos x - x + 1$
- (B)  $\frac{x^3}{3} - \cos x - x + 1$
- (C)  $x^3 + \cos x - x + 1$
- (D)  $x^2 - \sin x + 1$
- (E)  $x^2 + \sin x + 1$

22.  $\int_0^1 x^3 e^{x^4} dx =$

- (A)  $\frac{1}{4}(e - 1)$
- (B)  $\frac{1}{4}e$
- (C)  $e - 1$
- (D)  $e$
- (E)  $4(e - 1)$

23. If  $\int_a^b f(x) dx = 5$  and  $\int_a^b g(x) dx = -1$ , which of the following must be true?

I.  $f(x) > g(x)$  for  $a \leq x \leq b$

II.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = 4$

III.  $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = -5$

- (A) I only
- (B) II only
- (C) III only
- (D) II and III only
- (E) I, II, and III

24. Which of the following is equal to  $\int_0^\pi \sin x dx$ ?

(A)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

(B)  $\int_0^\pi \cos x dx$

(C)  $\int_{-\pi}^0 \sin x dx$

(D)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

(E)  $\int_\pi^{2\pi} \sin x dx$

25. If  $f(x) = \begin{cases} x & \text{for } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{for } x > 1, \end{cases}$  then  $\int_0^e f(x) dx =$

(A) 0

(B)  $\frac{3}{2}$

(C) 2

(D)  $e$

(E)  $e + \frac{1}{2}$

26.  $\int_1^2 (4x^3 - 6x) dx =$

- (A) 2  
 (B) 4  
 (C) 6  
 (D) 36  
 (E) 42

27.  $\frac{1}{2} \int e^{\frac{t}{2}} dt =$

- (A)  $e^{-t} + C$       (B)  $e^{-\frac{t}{2}} + C$       (C)  $e^{\frac{t}{2}} + C$       (D)  $2e^{\frac{t}{2}} + C$       (E)  $e^t + C$

28.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$  is

- (A) 0      (B) 1      (C)  $e - 1$       (D)  $e$       (E)  $e + 1$

29.  $\int_0^1 \sqrt{x}(x+1) dx =$

- (A) 0      (B) 1      (C)  $\frac{16}{15}$       (D)  $\frac{7}{5}$       (E) 2

30. If  $0 \leq x \leq 4$ , of the following, which is the greatest value of  $x$  such that  $\int_0^x (t^2 - 2t) dt \geq \int_2^x t dt$ ?

- (A) 1.35      (B) 1.38      (C) 1.41      (D) 1.48      (E) 1.59

31. Which of the following are antiderivatives of  $f(x) = \sin x \cos x$ ?

- I.  $F(x) = \frac{\sin^2 x}{2}$   
 II.  $F(x) = \frac{\cos^2 x}{2}$   
 III.  $F(x) = \frac{-\cos(2x)}{4}$

- (A) I only  
 (B) II only  
 (C) III only  
 (D) I and III only  
 (E) II and III only

32.  $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx =$

- (A)  $-\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{7}{24}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D) 1      (E)  $2 \ln 2$

33.  $\int_0^x \sin t \, dt =$   
 (A)  $\sin x$       (B)  $-\cos x$       (C)  $\cos x$       (D)  $\cos x - 1$       (E)  $1 - \cos x$

34.  $\int_1^e \left( \frac{x^2 - 1}{x} \right) dx =$   
 (A)  $e - \frac{1}{e}$       (B)  $e^2 - e$       (C)  $\frac{e^2}{2} - e + \frac{1}{2}$       (D)  $e^2 - 2$       (E)  $\frac{e^2}{2} - \frac{3}{2}$

35. What are all values of  $k$  for which  $\int_{-3}^k x^2 \, dx = 0$ ?  
 (A)  $-3$       (B)  $0$       (C)  $3$       (D)  $-3$  and  $3$       (E)  $-3, 0,$  and  $3$

36. Let  $F(x)$  be an antiderivative of  $\frac{(\ln x)^3}{x}$ . If  $F(1) = 0$ , then  $F(9) =$   
 (A)  $0.048$       (B)  $0.144$       (C)  $5.827$       (D)  $23.308$       (E)  $1,640.250$

37. If  $f(x) = g(x) + 7$  for  $3 \leq x \leq 5$ , then  $\int_3^5 [f(x) + g(x)] \, dx =$

(A)  $2 \int_3^5 g(x) \, dx + 7$

(B)  $2 \int_3^5 g(x) \, dx + 14$

(C)  $2 \int_3^5 g(x) \, dx + 28$

(D)  $\int_3^5 g(x) \, dx + 7$

(E)  $\int_3^5 g(x) \, dx + 14$

1. D 2. A 3. D 4. D 5. B 6. D 7. A 8. D 9. C 10. D  
 11. D 12. B 13. C 14. E 15. D 16. B\* 17. A 18. E 19. B 20. A  
 21. A 22. A 23. B 24. A 25. B 26. C 27. C 28. C 29. C 30. B\*  
 31. D\* 32. C 33. E 34. E 35. A 36. C\* 37. B\*